

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

М.А. Засядько, О.О. Чупринін

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання
розрахунково-графічних і контрольних робіт з спецкурсу
будівельної механіки розділу**

**«РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧНОЇ ФЕРМИ
МЕТОДОМ СИЛ»**

*(для студентів 3 курсу денної форми навчання за напрямом 0921 (6.060101)-
«Будівництво» спеціальності «Промислове і цивільне будівництво»)*

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання розрахунково-графічних і контрольних робіт з спецкурсу будівельної механіки розділу «Розрахунок статично невизначної ферми методом сил» (для студентів 3 курсу денної форми навчання за напрямом 0921 (6.060101)- «Будівництво» спеціальності «Промислове і цивільне будівництво»)
/ Укл. Засядько М.А, Чупринін О.О. – Харків: ХНАМГ, 2009. – 31 с.

Укладачі: М.А. Засядько, О.О. Чупринін

Рецензент: завідувач кафедри будівельних конструкцій
д.т.н., проф. Молодченко Г.А.

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 10 від 25.02.2009

1. Загальні вказівки

Розрахунок статично невизначної ферми виконують методом сил. Перш за все необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом, що стосується загальної послідовності розрахунку методом сил [1-3], зокрема звернути увагу на особливості розрахунку симетричних систем [1].

Далі слід ознайомитись з особливостями розрахунку статично невизначних ферм методом сил, зокрема на особливості відкидання в'язей при виборі основної системи, обчислення коефіцієнтів та вільних членів канонічних рівнянь і т. ін. Ці відомості наведені [2].

Для закріплення теоретичного матеріалу треба знайти відповіді на такі запитання:

1. Яка система є статично невизначною?
2. Як ступінь статичної невизначеності зв'язаний з кількістю ступенів свободи?
3. Які системи відносять до внутрішньо статично невизначних?
4. Назвіть три основних методи розрахунку статично невизначних систем. Який метод звичайно застосовують для розрахунку ферм?
5. Що приймають за невідомі методу сил?
6. Що являє собою основна система методу сил?
7. У чому різниця між абсолютно необхідними й умовно необхідними в'язями?
8. Чи можуть абсолютно необхідні в'язі бути зайвими?
9. Наведіть можливі способи відкидання в'язей у фермах?
10. Яка суть канонічних рівнянь методу сил?
11. Що являють собою коефіцієнти й вільні члени канонічних рівнянь методу сил?
12. Яким методом визначають зусилля в основній системі методу сил?

13. Який метод лежить в основі визначення коефіцієнтів і вільних членів канонічних рівнянь? Наведіть формули для визначення коефіцієнтів і вільних членів для ферм.

14. Яка властивість головних коефіцієнтів канонічних рівнянь?

15. Чи змінюються зусилля у статично невизначній системі при пропорційній зміні жорсткостей її елементів і, якщо змінюються, то як?

16. Як можна знайти зусилля у заданій системі після визначення зайвих невідомих?

17. Як перевірити правильність розрахунку статично невизначної ферми?

18. Які способи застосовують для спрощення розрахунку симетричних систем методу сил? Які з них застосовують при розрахунку ферм?

19. Які переваги дає вибір симетричної основної системи методу сил при розрахунку на: а) довільне, б) симетричне, в) кососиметричне навантаження?

20. Як розкласти навантаження на симетричну й кососиметричну складові?

21. Коли і як застосовують групування невідомих?

22. Як визначити переміщення у статично невизначній системі?

23. Чому зайвий стержень при виборі основної системи у фермі необхідно розрізувати, а не відкидати?

24. В якій послідовності виконують розрахунок статично невизначної ферми методом сил?

Після засвоєння теоретичного матеріалу бажано ознайомитись з прикладами розрахунку статично невизначних ферм, що наведені у вправах 2.17, 2.20, 2.22 [3].

2. Практичні заняття

Після перевірки засвоєння теоретичного матеріалу (див. питання розділу 1 цих вказівок) необхідно розглянути приклади вибору основної системи для різних схем ферм.

Приклад 1. Обрати основну систему для ферми, наведеної на рис.1,а.

Розв'язання.

Обчислимо ступінь статичної невизначеності ферми за формулою

$$n = C + C_0 - 2y. \quad (1)$$

Тут маємо:

$C=11$ – кількість стержнів ферми;

$C_0=4$ – кількість опорних в'язей (дві шарнірно рухомі опори мають по одній і одна шарнірно нерухома – дві в'язі);

$y=7$ – кількість вузлів ферми.

Отже $n=11+4-2\cdot7=1$, тобто ферма один раз статично невизначна (має одну зайву в'язь).

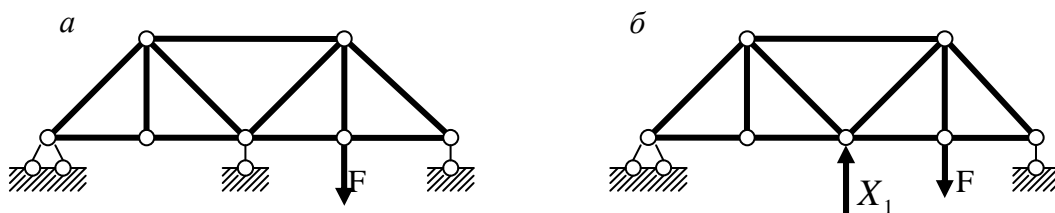


Рис. 1

Аналізуючи задану ферму, звертаємо увагу на те, що її схема складається з трикутників, отже не має зайвих внутрішніх в'язей. З іншого боку ферма має чотири опорні в'язі при їх мінімальній кількості три. Зважаючи на це і маючи на увазі ту обставину, що бажано в основній системі мати просту ферму, відкинемо середню шарнірно рухому опору. Ця основна система наведена на

рис.1, а. Зусилля у відкинутій в'язі – вертикальна реакція X_1 є зайвим невідомим.

Зазначимо, що основну систему можна обрати й іншим чином, наприклад перерізавши стержень верхнього поясу (рис.2)

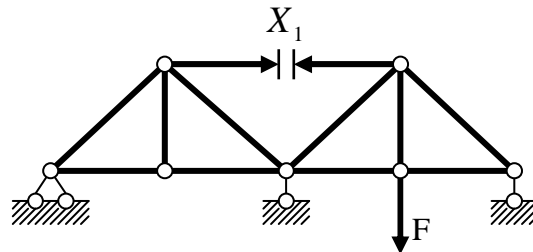


Рис. 2

Приклад 2. Обрати основну систему для ферми, наведеної на рис.3, а.

Розв'язання.

Ступінь статичної невизначеності ферми

$$n = 20 + 3 - 2 \cdot 11 = 1.$$

Отже, ферма має одну зайву в'язь.

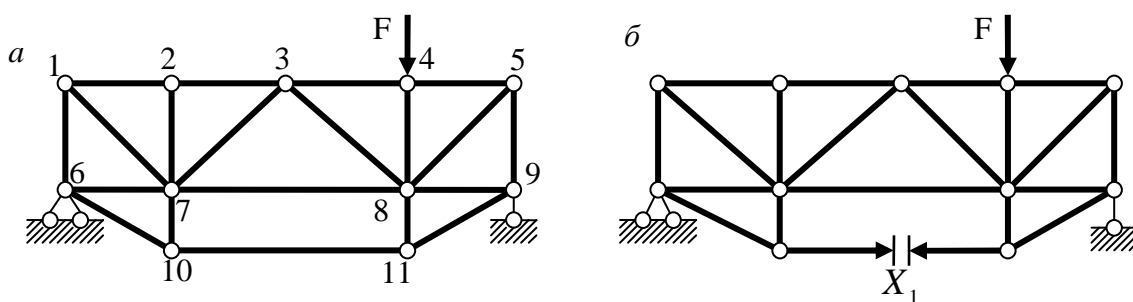


Рис. 3

Вивчаючи схему заданої ферми відзначаємо, що зайвих опорних закріплень немає, тобто вона внутрішньо статично невизначна. У цьому випадку потрібно при виборі основної системи відкидати тільки внутрішні в'язі. Аналізуючи схему ферми, бачимо, що вона складається зі звичайної ферми з

трикутною решіткою – частина 1,2,...,9 і приєднаної до неї частини – 6,7,...,11. Остання частина утворює так званий шпренгель, який і дає статичну невизначеність усій фермі. Отже обираючи основну систему, раціонально розрізати стержень шпренгеля 10-11, розташований на осі симетрії. Ця основна система наведена на рис.3, б.

Приклад 3. Обрати основну систему для ферми, наведеної на рис.4, а.

Розв'язання.

Знаходимо ступінь статичної невизначності ферми.

$$n = 19 + 3 - 2 \cdot 10 = 2.$$

Ферма два рази (двічі) статично невизначна.

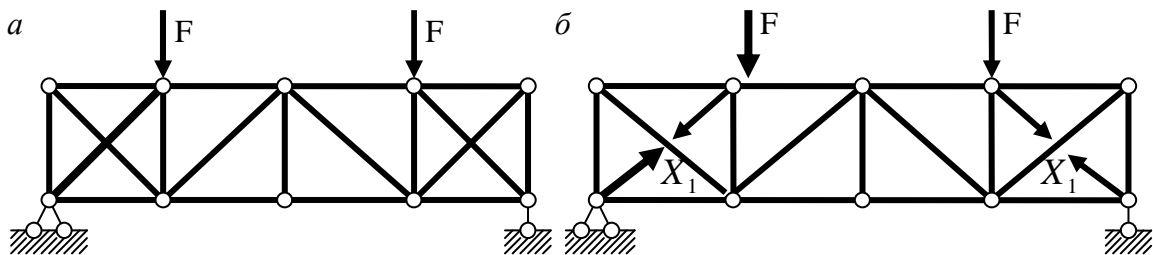


Рис. 4

Ферма зовнішньо статично визначна, отже необхідно відкидати внутрішні в'язі, тобто розрізати два стержні ферми. Як впливає з аналізу схеми, зайвими можуть бути стержні у крайніх панелях. Оскільки ферма симетрична, раціонально основну систему обрати симетричною. Для цього розріжемо симетричні розкоси у крайніх панелях (рис.4,б). При довільному навантаженні у цьому випадку раціонально застосувати групування невідомих. У заданій фермі навантаження симетричне, тому кососиметрична складова зайвих невідомих обертається на нуль і залишається тільки симетрична складова – групове невідоме X_1 .

Зауваження. Наявність у заданій фермі двох шарнірно нерухомих опор свідчить про те, що вона є розпірною. Для такої ферми зручно обирати основну

систему заміною однієї з цих опор шарнірно рухомою з вертикальним опорним стержнем. Зайвим невідомим X_1 в цьому випадку буде горизонтальна сила, перпендикулярна до заміненого стержня, тобто розпір.

Приклад 4. Обчислити зусилля у стержнях ферми, наведеної на рис.5, якщо площі перерізів стержнів верхнього, нижнього поясів, решітки й шпренгеля мають такі співвідношення: $A_{в.п.} : A_{н.п.} : A_{реш.} : A_{шпр.} = 3:2:2:1$.

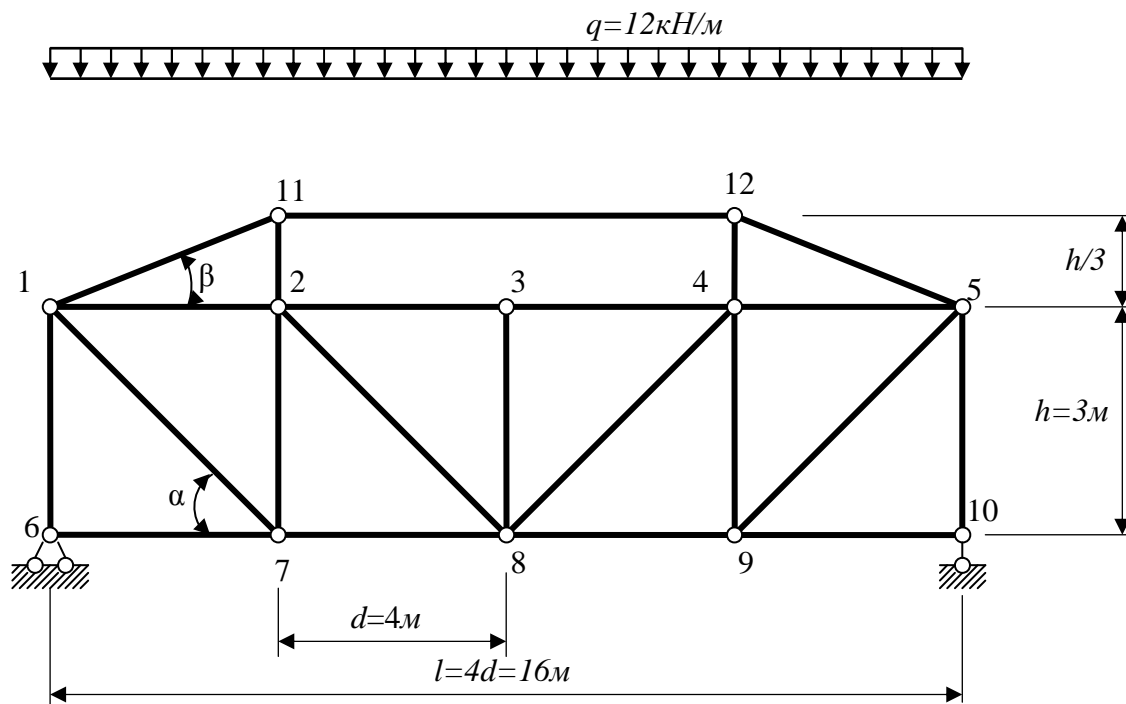


Рис. 5

Розв'язання.

1. Знаходимо ступінь статичної невизначності:

$$n = 22 + 3 - 2 \cdot 12 = 1.$$

Отже ферма один раз статично невизначна, тобто має одну зайву в'язь.

2. Обираємо основну систему.

Ферма зовнішньо статично визначна (має три опорні в'язі), отже при виборі основної системи необхідно розрізати один стержень ферми. Як було показано у прикладі 3, частина ферми 1,2,...,5,11,12 є шпренгелем. Переходячи до основної системи, зручно розрізати стержень 11-12 шпренгеля (рис.6).

Зазначимо, що ферма розраховується на вузлове навантаження, тому задане розподілене вздовж прольоту навантаження необхідно передати у вузли верхнього пояса. Конструкція, основним несучим елементом якої є ферма, передбачає, що між кожною парою суміжних вузлів вантажного (у цій фермі верхнього) пояса розташована балка (рис.7), до якої і прикладене задане розподілене навантаження. Реакції цієї балки $R=qd/2$ за величиною дорівнюють, а за напрямком протилежні силам, що діють на відповідні вузли верхнього пояса ферми.

Отже на крайні вузли верхнього пояса діють сили:

$$F_1 = F_5 = qd / 2 = 12 \cdot 4 / 2 = 24 \text{ кН.}$$

У проміжних вузлах 2, 3, 4 діють сили, що передаються від панелей, розташованих ліворуч і праворуч кожного з цих вузлів, тобто

$$F_2 = F_3 = F_4 = qd/2 + qd/2 = qd = 12 \cdot 4 = 48 \text{ кН.}$$

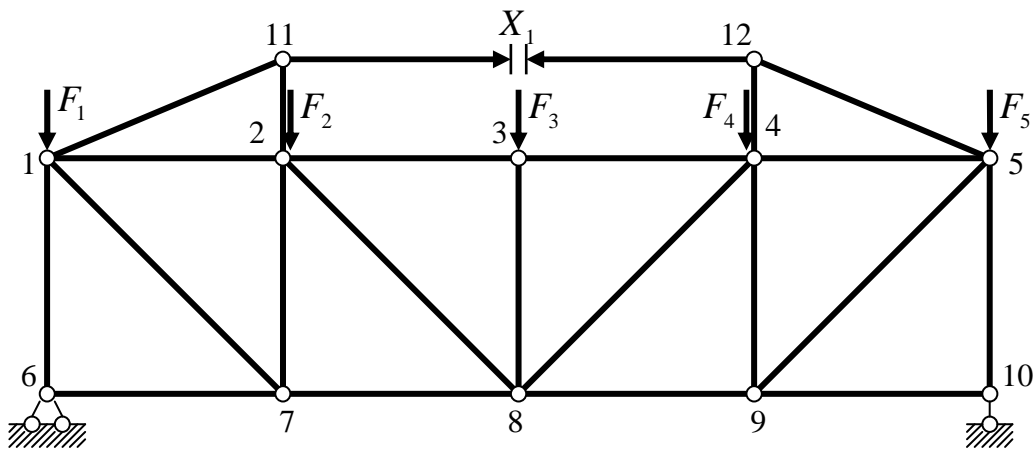


Рис. 6

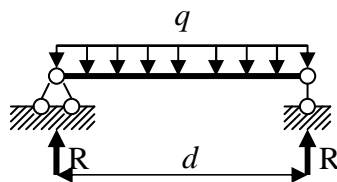


Рис. 7

3. Записуємо канонічне рівняння. Для один раз статично невизначної системи воно має такий вигляд:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1f} = 0. \quad (2)$$

4. Виконуємо розрахунок основної системи на задане навантаження (рис.8).

Розрахунок виконуємо методом перерізів. При повному розрахунку ферми раціонально застосувати спосіб вирізання вузлів. Оскільки для цього потрібно записувати проекції сил, попередньо обчислимо тригонометричні функції кутів нахилу елементів ферми. Для визначення функцій кута нахилу α стержня 1-7 розглянемо прямокутний трикутник 1-6-7 ферми (рис.5):

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,6; \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,8.$$

Тут $\sqrt{3^2 + 4^2}$ - довжина гіпотенузи трикутника 1-6-7.

Аналогічно знаходимо функції кута β з трикутника 1-11-2:

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = 0,243; \cos \beta = \frac{4}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = 0,970.$$

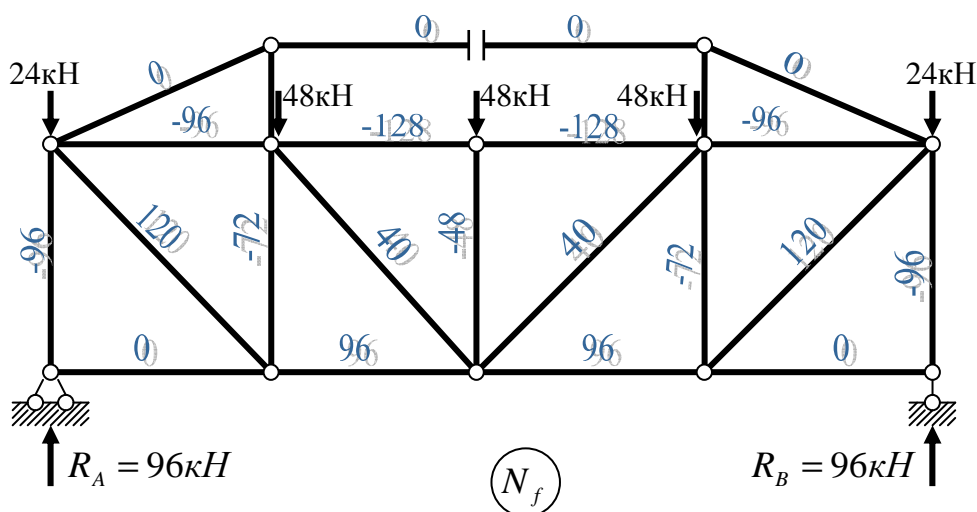


Рис. 8

Ферма є балочною системою, отже при заданому вертикальному навантаженні має тільки вертикальні реакції - R_A і R_B (рис.8). Оскільки навантаження симетричне, ці реакції однакові і їх можна визначити з умови рівності нулю суми проекцій усіх сил на вісь y :

$$\Sigma y = 0; R_A + R_B - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_5 = 0,$$

звідки
$$R_A = R_B = \frac{2 * 24 + 3 * 48}{2} = 96 \text{ кН}.$$

Враховуючи, що зусилля в розрізаному стержні 11-12 дорівнює нулю, у вузлі 11 (рис.9, а) маємо два стержні. При відсутності навантаження зусилля в цих стержнях також дорівнює нулю:

$$N_{1-11} = N_{2-11} = 0.$$

Далі розглянемо вузол 6 (рис.9, б). Тут маємо окремий випадок рівноваги двостержневого вузла, в якому сила – реакція R_A діє уздовж стержня 1-6. У цьому випадку маємо: $N_{1-6} = -R_A = -96 \text{ кН}$, а $N_{6-7} = 0$.

Тепер виріжемо вузол 1 (рис.9, в). Умови рівноваги вузла дають такі рівняння:

$$\Sigma y = 0; -24 - N_{1-6} - N_{1-7} \sin \alpha = 0;$$

$$\Sigma x = 0; N_{1-2} + N_{1-7} \cos \alpha = 0.$$

Перше з цих рівнянь дає

$$N_{1-7} = \frac{-24 - N_{1-6}}{\sin \alpha} = \frac{-24 + 96}{0,6} = 120 \text{ кН},$$

друге:

$$N_{1-2} = -N_{1-7} \cos \alpha = -120 * 0,8 = -96 \text{ кН}.$$

Далі можна розглянути вузол 7 (рис.9, г).

$$\Sigma y=0; N_{1-7} \sin \alpha + N_{2-7} = 0;$$

$$\Sigma x=0; -N_{1-7} \cos \alpha + N_{7-8} = 0;$$

З другого рівняння маємо:

$$N_{7-8} = N_{1-7} \cos \alpha = 120 * 0,8 = 96 \text{ кН},$$

з першого:

$$N_{2-7} = -N_{1-7} \sin \alpha = -120 * 0,6 = -72 \text{ кН}.$$

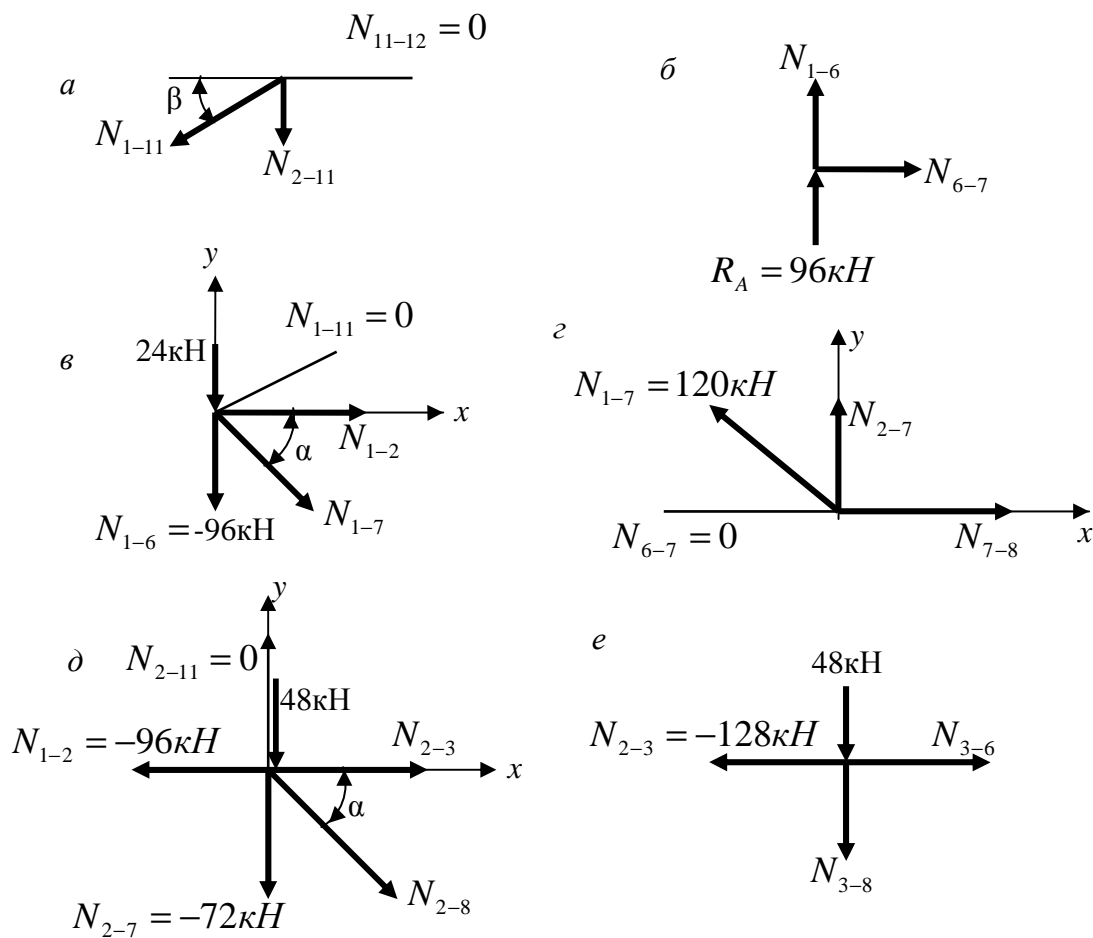


Рис. 9

Аналогічно, з умов рівноваги вузла 2 (рис.9, г)

$$\Sigma x = 0; N_{2-3} - N_{1-2} + N_{2-8} \cos \alpha = 0;$$

$$\Sigma y = 0; -48 - N_{2-7} - N_{2-8} \sin \alpha = 0$$

маємо:

$$N_{2-8} = \frac{-48 - N_{2-7}}{\sin \alpha} = \frac{-48 + 72}{0,6} = 40 \text{ кН};$$

$$N_{2-3} = N_{1-2} - N_{2-8} \cos \alpha = -96 - 40 * 0,8 = -128 \text{ кН}.$$

Вузол 3 є окремим випадком рівноваги тристержневого вузла, в якому два стержні лежать на одній прямій, навантаження діє уздовж третього стержня, що не лежить на цій прямій. У цьому випадку маємо:

$$N_{3-4} = N_{2-3} = -128 \text{ кН}; \quad N_{2-7} = -48 \text{ кН}.$$

Решту зусиль визначаємо з умов симетрії ферми. Обчислені зусилля зручно записати на схемі основної системи (рис.8) вздовж кожного стержня. Таким чином, фактично одержуємо цифрову епюру вантажних зусиль - N_f .

Правильність розрахунку треба перевірити з умов рівноваги того вузла, який не був використаний для обчислення зусиль. З урахуванням симетрії таким є вузол 8 (рис.10):

$$\Sigma x = N_{8-9} + N_{4-8} \cos \alpha - N_{7-8} - N_{2-8} \cos \alpha = 96 + 40 * 0,8 - 96 - 40 * 0,8 \equiv 0;$$

$$\Sigma y = N_{3-8} + N_{2-8} \sin \alpha + N_{4-8} \sin \alpha = -48 + 40 * 0,6 + 40 * 0,6 = -48 + 48 \equiv 0.$$

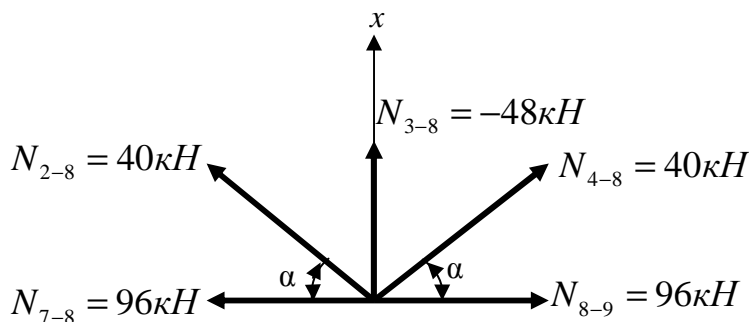


Рис. 10

Оскільки умови рівноваги виконуються, зусилля обчислені правильно.

5. Виконуємо розрахунок основної системи на дію сили $\overline{X}_1 = 1$ (рис.11).

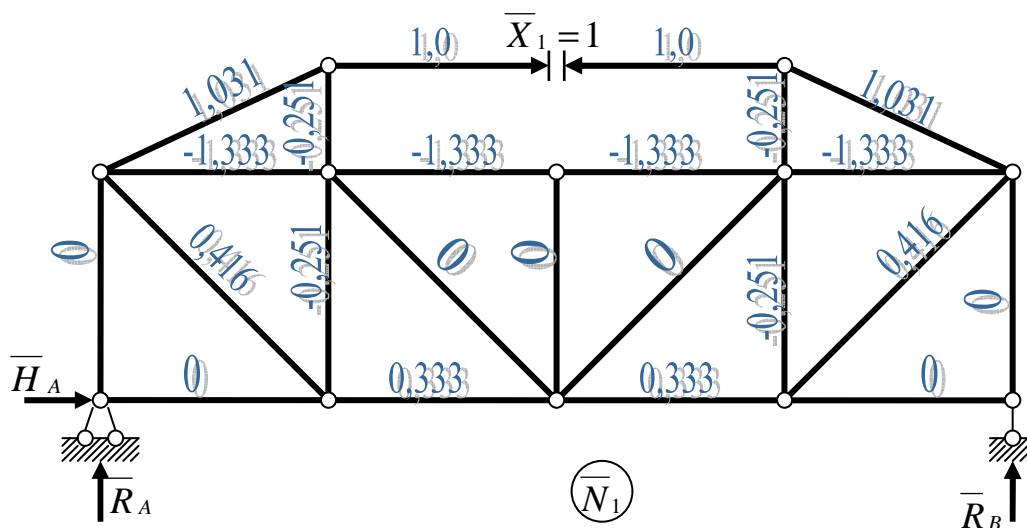


Рис. 11

Оскільки для визначення опорних реакцій необхідно розглядати рівновагу усієї ферми, а навантаження - $\bar{X}_1 = 1$ є самоврівноваженим, усі реакції будуть нульові: $\bar{R}_A = \bar{R}_B = \bar{H}_A = 0$.

Для визначення зусиль у стержнях ферми застосовуємо метод перерізів. Отже, розглядаємо рівновагу вузлів основної системи у тій самій послідовності, що і при розрахунку на задане навантаження:

вузол 11 (рис. 12, а). Враховуючи, що зусилля в розрізаному стержні $\bar{N}_{11-12} = \bar{X}_1 = 1$, маємо:

$$\Sigma x = 0; \bar{N}_{11-12} - \bar{N}_{1-11} \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma y = 0; -\bar{N}_{2-11} - \bar{N}_{1-11} \sin \beta = 0,$$

$$\bar{N}_{1-11} = \frac{\bar{N}_{11-12}}{\cos \beta} = \frac{1}{0,97} = 1,031; \bar{N}_{2-11} = -\bar{N}_{1-11} \sin \beta = -1,031 * 0,243 = -0,251;$$

вузол 6 (рис. 12, б). Оскільки опорні реакції відсутні, маємо окремий випадок рівноваги двостержневого не завантаженого вузла. Отже

$$\bar{N}_{1-6} = \bar{N}_{6-7} = 0;$$

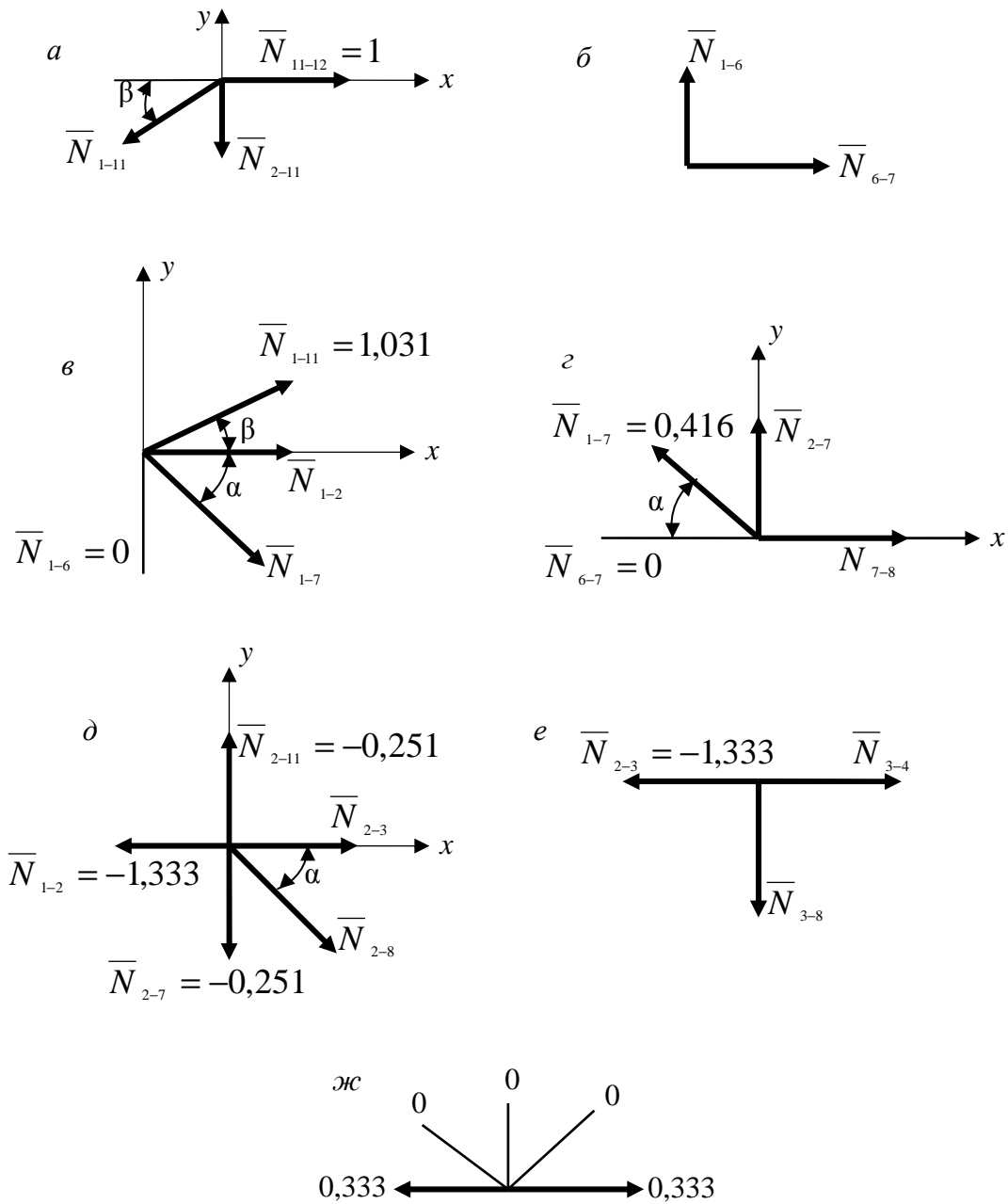


Рис. 12

вузол 1 (рис. 12, в):

$$\Sigma x = 0; \bar{N}_{1-11} \cos \beta + \bar{N}_{1-2} + \bar{N}_{1-7} \cos \alpha = 0;$$

$$\Sigma y = 0; \bar{N}_{1-11} \sin \beta - \bar{N}_{1-7} \sin \alpha = 0;$$

$$\bar{N}_{1-7} = \frac{\bar{N}_{1-11} \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1,031 * 0,243}{0,6} = 0,416;$$

$$\bar{N}_{1-2} = -\bar{N}_{1-11} \cos \beta - \bar{N}_{1-7} \cos \alpha = -1,031 * 0,97 - 0,416 * 0,8 = -1,333;$$

вузол 7 (рис. 12, з):

$$\Sigma x = 0; \quad \bar{N}_{7-8} - \bar{N}_{1-7} \cos \alpha = 0;$$

$$\Sigma y = 0; \quad \bar{N}_{2-7} + \bar{N}_{1-7} \sin \alpha = 0;$$

$$\bar{N}_{7-8} = \bar{N}_{1-7} \cos \alpha = 0,416 * 0,8 = 0,333;$$

$$\bar{N}_{2-7} = -\bar{N}_{1-7} \sin \alpha = -0,416 * 0,6 = -0,251;$$

вузол 2 (рис. 12 д):

$$\Sigma x = 0; \quad -\bar{N}_{1-2} + \bar{N}_{2-3} + \bar{N}_{2-8} \cos \alpha = 0;$$

$$\Sigma y = 0; \quad \bar{N}_{2-11} - \bar{N}_{2-7} - \bar{N}_{2-8} \sin \alpha = 0;$$

$$\bar{N}_{2-8} = \frac{\bar{N}_{2-11} - \bar{N}_{2-7}}{\sin \alpha} = \frac{0,251 - 0,251}{0,6} = 0;$$

$$\bar{N}_{2-3} = \bar{N}_{1-2} - \bar{N}_{2-8} \cos \alpha = 1,333 - 0 * 0,8 = 0;$$

вузол 3 (рис. 12, е) є окремим випадком рівноваги тристержневого не завантаженого вузла, в якому два стержні лежать на одній прямій. У цьому випадку маємо: $\bar{N}_{3-4} = \bar{N}_{2-3} = -1,333; \bar{N}_{3-8} = 0$.

Решту зусиль визначаємо з умови симетрії основної системи.

Обчислені зусилля наведені на стержнях основної системи (рис. 11). Як і вантажні зусилля N_f , вони фактично являють собою епюру одиничних зусиль \bar{N}_1 .

Перевірку обчислень одиничних зусиль виконуємо аналогічно перевірці вантажних зусиль з умов рівноваги вузла 8 (рис. 12, ж). Неважко впевнитися, що ці умови дають тотожності:

$$\Sigma x = 0,333 - 0,333 \equiv 0; \Sigma y \equiv 0.$$

6. Обчислення коефіцієнта й вільного члена канонічного рівняння виконуємо у табл. 1.

Перший стовпець таблиці містить найменування окремих елементів ферми, в другому записують номери стержнів. Для симетричної ферми можна враховувати лише стержні, розташовані з однієї сторони від осі симетрії.

Третій стовпець містить довжину стержнів, причому ті стержні, які розташовані на осі симетрії, треба враховувати половинною довжиною. Такими у цій фермі є стержні 11-12 та 3-8. Довжину розкосів обчислюємо як гіпотенузи відповідних прямокутних трикутників:

$$l_{1-11} = \sqrt{1^2 + 4^2} = 4,123\text{м}; \quad l_{1-7} = l_{2-8} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{м}.$$

У четвертому стовпці записують співвідношення площ перерізів стержнів. За основну площу A_o можна взяти площу перерізу будь-якого елемента ферми, наприклад, верхнього пояса $A_o = A_{в.п.}$.

П'ятий і шостий стовпці таблиці містять відповідно одиничні - \bar{N}_1 й вантажні - N_f зусилля у стержнях основної системи. Їх зручно записати з відповідних чисельних епюр (рис. 11 і рис. 8). Далі у стовпцях 7,8,9 обчислюють елементи сум, що складають одиничне - δ_{11} й вантажне - Δ_{1f} переміщення у напрямку відкинутої в основній системі в'язі. Для ручного розрахунку їх зручно обчислювати з множником EA_o :

$$EA_o \delta_{11} = \sum \bar{N}_1^2 l \frac{A_o}{A_i}; \quad (3)$$

$$EA_o \Delta_{1f} = \sum \bar{N}_1 N_f l \frac{A_o}{A_i}. \quad (4)$$

Зауважимо, що при врахуванні половини стержнів рами відповідні переміщення обчислюються фактично з множником 1/2.

Отже, підсумовуючи елементи стовпчиків 8 та 9, отримаємо:

$$\frac{1}{2} EA_o \delta_{11} = 41,811; \quad \frac{1}{2} EA_o \Delta_{1f} = 1843,8.$$

Далі з канонічного рівняння (2) одержимо значення зайвого невідомого:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1f}}{\delta_{11}} = -\frac{\frac{1}{2}EA_o\Delta_{1f}}{\frac{1}{2}EA_o\delta_{11}} = -\frac{1843,8}{41,811}.$$

Як бачимо, ні множник $1/2$, ні множник EA_o не впливає на значення зайвого невідомого X_1 .

Далі у стовпцях 10,11 обчислюємо зусилля у стержнях заданої рами відповідно до виразу

$$N = \bar{N}_1 X_1 + N_f. \quad (5)$$

Нарешті виконуємо кінематичну перевірку розрахунку відповідно до виразу

$$\sum \bar{N}_1 N l \frac{A_o}{A} = 0. \quad (6)$$

Для цього, обчисливши у стовпці 12 елементи суми, що входять до (6), підсумовуємо окремо додатні й окремо від'ємні значення, знайдемо абсолютну похибку розрахунку:

$$\Delta = |1117,1 - 1117,8| = 0,7,$$

далі перевіряємо відносну похибку:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{\min(|1117,1|; |-1117,8|)} 100\% = \frac{0,7}{1117,1} 100\% = 0,6\% < 3\%.$$

Отже розрахунок виконано правильно.

Таблиця 1

Елементи ферми	Стержні	l , m	$\frac{A_o}{A}$	\bar{N}_1	N_f , кН	$\bar{N}_1 l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_1^2 l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_1 N_f l \frac{A_o}{A}$	$\bar{N}_1 X_1$	N , кН	$\bar{N}_1 N l \frac{A_o}{A}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Верхній	1-2	4	1	-1,333	-96	-5,332	7,108	511,9	58,8	-37,2	198,4
пояс	3-4	4	1	-1,333	-128	-5,332	7,108	682,5	58,8	-69,2	369,0
Нижній	6-7	4	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0
пояс	7-8	4	1,5	0,333	96	1,998	0,665	191,8	-14,7	81,3	162,4
Розкоси	1-7	5	1,5	0,418	120	3,135	1,310	376,2	-18,4	101,6	318,5
	2-8	5	1,5	0	40	0	0	0	0	40	0
Стійки	1-6	3	1,5	0	-96	0	0	0	0	-96	0
	2-7	3	1,5	-0,251	-72	-1,130	0,284	81,4	11,1	-60,9	68,8
	3-8	3/2	1,5	0	-48	0	0	0	0	-48	0
Шпренгель	1-11	4,123	3	1,031	0	12,752	13,14	0	-45,5	-45,5	-580,2
	2-11	1	3	-0,251	0	-0,753	0,189	0	11,1	11,1	-8,4
	11-12	8/2	3	1	0	12,0	12,0	0	-44,1	-44,1	-529,2
		Σ				41,811	1843,8			1117,1	-1117,8

Приклад 5. Обрати основну систему для ферми, наведеної на рис.12, й обчислити зусилля в ній від заданого навантаження

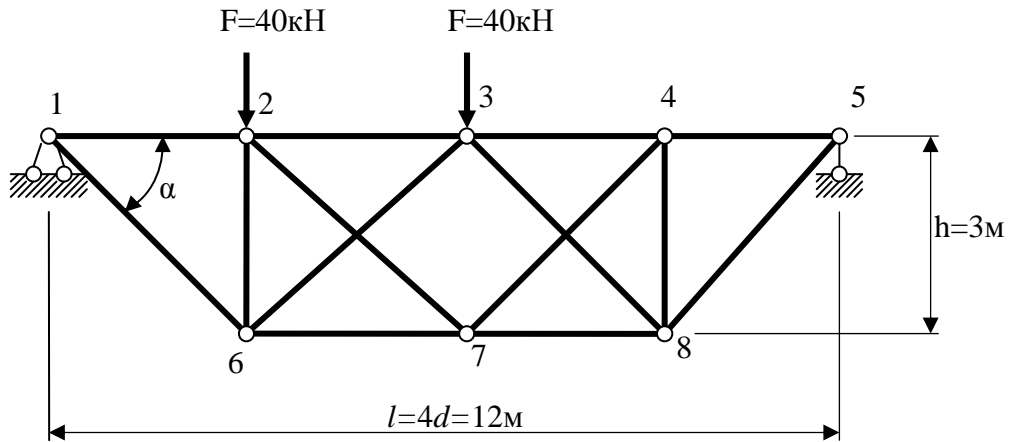


Рис. 12

Розв'язання.

Ступінь статичної невизначності:

$$n = 14 + 3 - 2 * 8 = 1.$$

Отже ферма один раз статично невизначна, обираючи основну систему, необхідно відкинути одну в'язь, наприклад, розрізати стержень 4-7 (рис.13).

Виконуємо розрахунок основної системи на задане навантаження (рис.14). Оскільки основна система є балочною фермою, реакції опор від заданого навантаження будуть вертикальні:

$$\Sigma M_A = 0; -F*3 - F*6 + R_B * 12 = 0; R_B = \frac{F * 3 + F * 6}{12} = \frac{40 * 3 + 40 * 6}{12} = 30 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_B = 0; F*9 + F*6 - R_A * 12 = 0; R_A = \frac{F * 9 + F * 6}{12} = \frac{40 * 9 + 40 * 6}{12} = 50 \text{ Кн.}$$

Перевірка реакцій:

$$\Sigma y = R_A + R_B - F - F = 50 + 30 - 40 - 40 \equiv 0,$$

Отже реакції знайдені правильно.

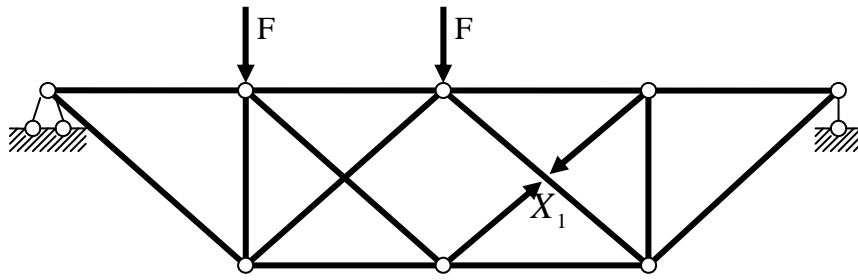


Рис. 13

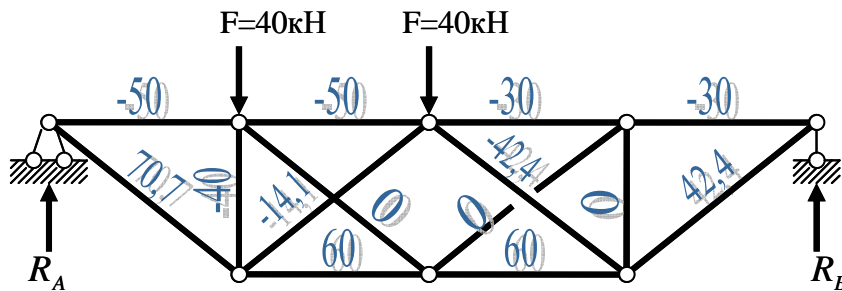


Рис. 14

Для визначення зусиль вирізаємо вузли основної системи в такій послідовності:

вузол 1 (рис.15, а):

$$\Sigma y = 0; R_A - N_{1-6} \sin \alpha = 0; N_{1-6} = \frac{R_A}{\sin \alpha} = \frac{50}{0,707} = 70,7 \text{ кН};$$

$$\Sigma x = 0; N_{1-2} + N_{1-6} \cos \alpha = 0; N_{1-2} = -N_{1-6} \cos \alpha = -70,7 * 0,707 = -50,$$

де, як впливає з трикутника 1-2-6, $\alpha = 45^\circ$, отже $\sin \alpha = \cos \alpha = 0,707$;

вузол 7 (рис.15, б):

$$\Sigma y = 0; N_{2-7} = 0;$$

$$\Sigma x = 0; N_{6-7} = N_{7-8};$$

вузол 2 (рис.15, в). Оскільки зусилля $N_{2-7} = 0$, маємо окремий випадок рівноваги тристержневого вузла, в якому два стержні (1-2 та 2-3) розташовані на одній прямій, а навантаження діє вздовж третього стержня (2-6), отже

$$N_{2-3} = N_{1-2} = -50 \text{ кН}; N_{2-6} = -F = -40 \text{ кН};$$

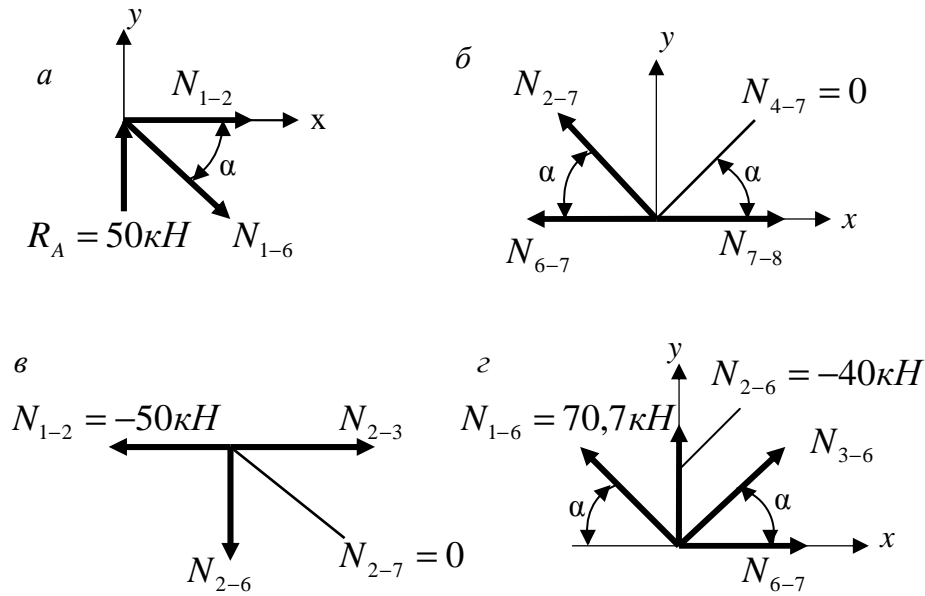


Рис. 15

вузол 6 (рис.15, б):

$$\Sigma y = 0; N_{1-6} \sin \alpha + N_{2-6} + N_{3-6} \sin \alpha = 0;$$

$$N_{3-6} = \frac{-N_{1-6} \sin \alpha - N_{2-6}}{\sin \alpha} = \frac{-70,7 * 0,707 + 40}{0,707} = -14,1 \text{кН};$$

$$\Sigma x = 0; -N_{1-6} \cos \alpha + N_{6-7} + N_{3-6} \cos \alpha = 0;$$

$$N_{6-7} = N_{1-6} \cos \alpha - N_{3-6} \cos \alpha = 70,7 * 0,707 + 14,1 * 0,707 = 60 \text{кН};$$

вузол 3 (рис.15, в):

$$\Sigma y = 0; -N_{3-6} \sin \alpha - N_{3-8} \sin \alpha - F = 0;$$

$$N_{3-8} = \frac{-N_{3-6} \sin \alpha - F}{\sin \alpha} = \frac{14,1 * 0,707 - 40}{0,707} = -42,4 \text{кН};$$

$$\Sigma x = 0; -N_{2-3} + N_{3-4} - N_{3-6} \cos \alpha + N_{3-8} \cos \alpha = 0;$$

$$N_{3-4} = N_{2-3} + N_{3-6} \cos \alpha - N_{3-8} \cos \alpha = -50 - 14,1 * 0,707 + 42,4 * 0,707 = 30 \text{кН}.$$

Пропускаючи подальший розрахунок, результати наведемо на стержнях основної системи (рис.14).

3. Розрахунок на комп'ютері

Для перевірки одержаних результатів ручного розрахунку зручно використовувати комп'ютер. Наведений алгоритм розрахунку реалізовано у файлі “Метод сил. Ферма.xls”. Відкривши цей файл за допомогою програми MS Excel пакету MS Office або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org, одержуємо на екрані монітора таблицю (рис. 16).

Розглянемо дані розрахунку, який наведено в прикладі 4 попереднього розділу.

За допомогою миші й клавіатури заносимо у відповідні комірки (B3-B14) верхньої таблиці довжини ділянок – у прикладі це:

$$\ell_1 = 4; \quad \ell_2 = 4; \quad \ell_3 = 4; \quad \ell_4 = 4;$$

$$\ell_5 = 5; \quad \ell_6 = 5; \quad \ell_7 = 3; \quad \ell_8 = 3;$$

$$\ell_9 = 1.5; \quad \ell_{10} = 4.123; \ell_{11} = 1; \quad \ell_{12} = 4,$$

а потім коефіцієнти жорсткості стержнів (комірки C3-C14), тобто коефіцієнти при ЕА для відповідних стержнів ферми – у прикладі це:

$$1; \quad 1; \quad 1.5; \quad 1.5;$$

$$1.5; \quad 1.5; \quad 1.5; \quad 1.5;$$

$$1.5; \quad 3; \quad 3; \quad 3.$$

Далі заносимо в комірки H3-H14 значення одиничних зусиль \bar{N}_1 в стержнях основної системи:

$$-1.333; \quad -1.333; \quad 0; \quad 0.333;$$

$$0.418; \quad 0; \quad 0; \quad -0.251;$$

$$0; \quad 1.031; \quad -0.251; \quad 1.$$

У цьому прикладі комірки K3-K14 залишаємо нульовими, оскільки у наведеної ферми тільки одна лишня в'язь.

Далі заносимо в комірки E3-E14 значення вантажних зусиль N_f у стержнях основної системи:

-96;	128;	0;	96;
120;	40;	-96;	-72;
-48;	0;	0;	0.

Зазначимо, що результати розрахунку наводяться на екрані монітора у комірках N3-N14 у вигляді значень остаточних зусиль у відповідних стержнях наведеної ферми.

Значення у таблиці результатів одержують при введенні кожного чергового числа у верхню таблицю без додаткових дій оператора. Отже після введення останнього вихідного даного у нижній таблиці одразу наводиться результат розрахунку рами (рис. 16).

Увага! **1.** Файл “Метод сил. Ферма.xls” сформовано таким чином, що передбачається розрахунок ферм, які містять не більше 25 стержнів при максимальній кількості зайвих невідомих – дві. **2.** При меншій кількості ділянок і невідомих в усі комірки таблиці треба занести нулі.

Microsoft Excel - Метод сил.Ферма

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Введите вопрос

Arial Cyr 10 Ж К У

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		Длина	Козфф. Ж.												
3	1-й ст.	4.000	1.000		-96.000			-1.333			0.000			-37.220	
4	2-й ст.	4.000	1.000		-128.000			-1.333			0.000			-69.220	
5	3-й ст.	4.000	1.500		0.000			0.000			0.000			0.000	
6	4-й ст.	4.000	1.500		96.000			0.333			0.000			81.316	
7	5-й ст.	5.000	1.500		120.000			0.418			0.000			101.568	
8	6-й ст.	5.000	1.500		40.000			0.000			0.000			40.000	
9	7-й ст.	3.000	1.500		-96.000			0.000			0.000			-96.000	
10	8-й ст.	3.000	1.500		-72.000			-0.251			0.000			-60.932	
11	9-й ст.	1.500	1.500		-48.000			0.000			0.000			-48.000	
12	10-й ст.	4.123	3.000		0.000			1.031			0.000			-45.463	
13	11-й ст.	1.000	3.000		0.000			-0.251			0.000			11.068	
14	12-й ст.	4.000	3.000		0.000			1.000			0.000			-44.096	
15	13-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
16	14-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
17	15-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
18	16-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
19	17-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
20	18-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
21	19-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
22	20-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
23	21-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
24	22-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
25	23-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
26	24-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
27	25-й ст.	0.000	0.000		0.000			0.000			0.000			0.000	
28															
29															
30															
31															
32															
33															
34															

Лист1 Лист2 Лист3

Готово

Рис. 16

4. Вихідні дані й вказівки до розрахунково-графічного завдання

Вихідні дані до завдання необхідно взяти з табл.2 та рис.17 за вказівками викладача.

Таблиця 2

№ п/п	d , м	h , м	$A_{в.п.} : A_{н.п.} : A_{реш.} : A_{инр.}$	q , кН/м
1	2	3	4	5
1	3,0	3,5	1,8:1,2:1,0:0,8	10
2	3,1	3,4	1,8:3,0:1,0:0,9	11
3	3,2	3,3	1,8:1,3:0,9:0,9	12
4	3,3	3,2	1,8:1,5:1,0:0,8	13
5	3,4	3,1	1,8:1,5:0,9:0,7	14
6	3,5	3,0	1,8:1,6:1,2:1,0	15
7	3,6	4,1	1,8:1,6:1,0:1,1	16
8	3,7	4,0	1,8:1,6:1,1:0,8	17
9	3,8	3,9	2,0:1,5:1,0:1,0	18
10	3,9	3,8	2,0:1,5:1,1:0,9	19
11	4,0	3,7	2,0:1,6:1,0:0,9	20
12	4,1	3,6	2,0:1,6:1,2:1,0	21
13	4,2	4,5	2,0:1,6:0,9:1,0	22
14	4,3	4,4	2,0:1,7:1,0:0,9	23
15	4,4	4,3	2,0:1,5:0,9:0,9	24
16	4,5	4,2	2,0:2,0:1,3:1,1	25

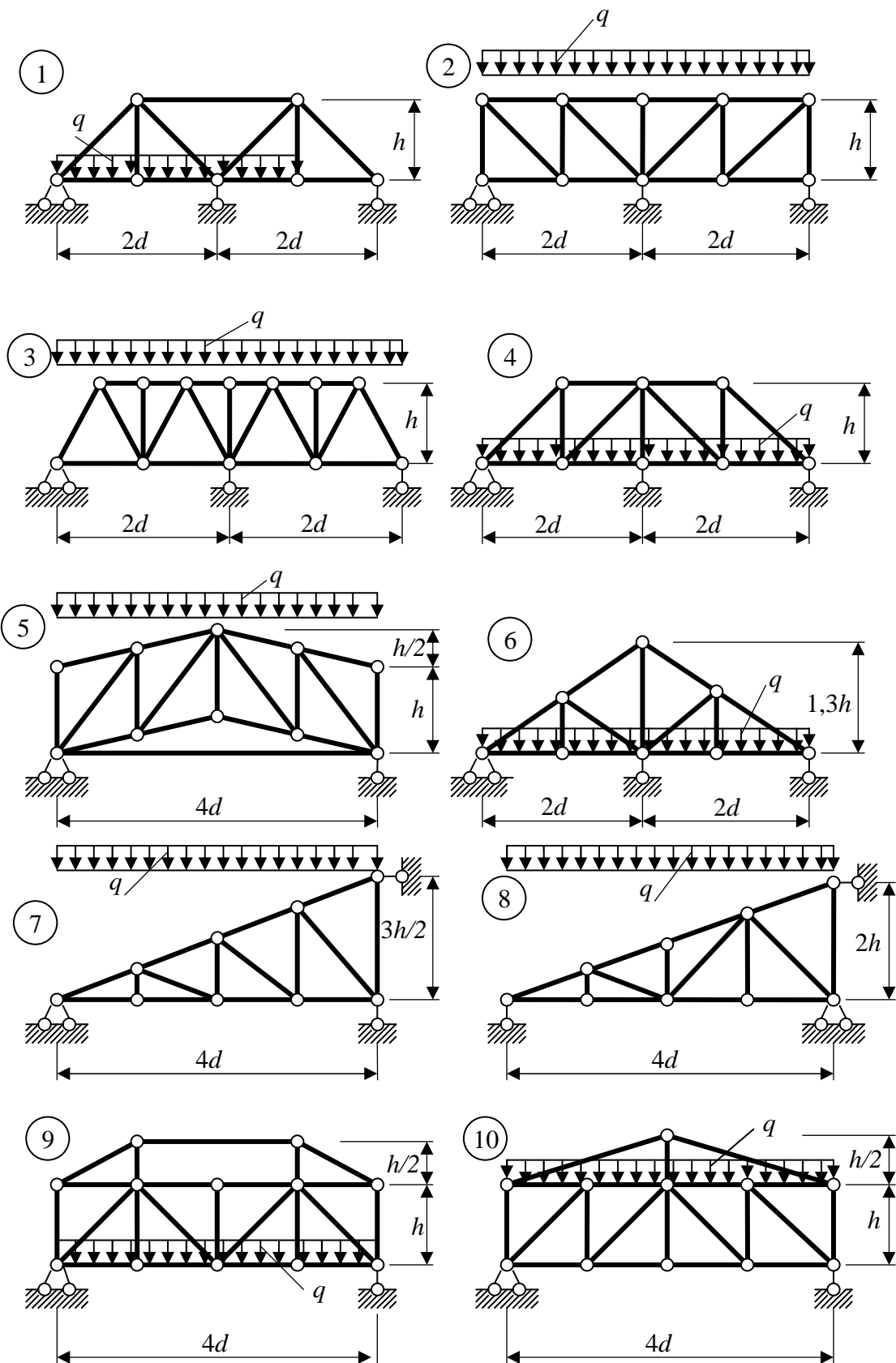


Рис. 17

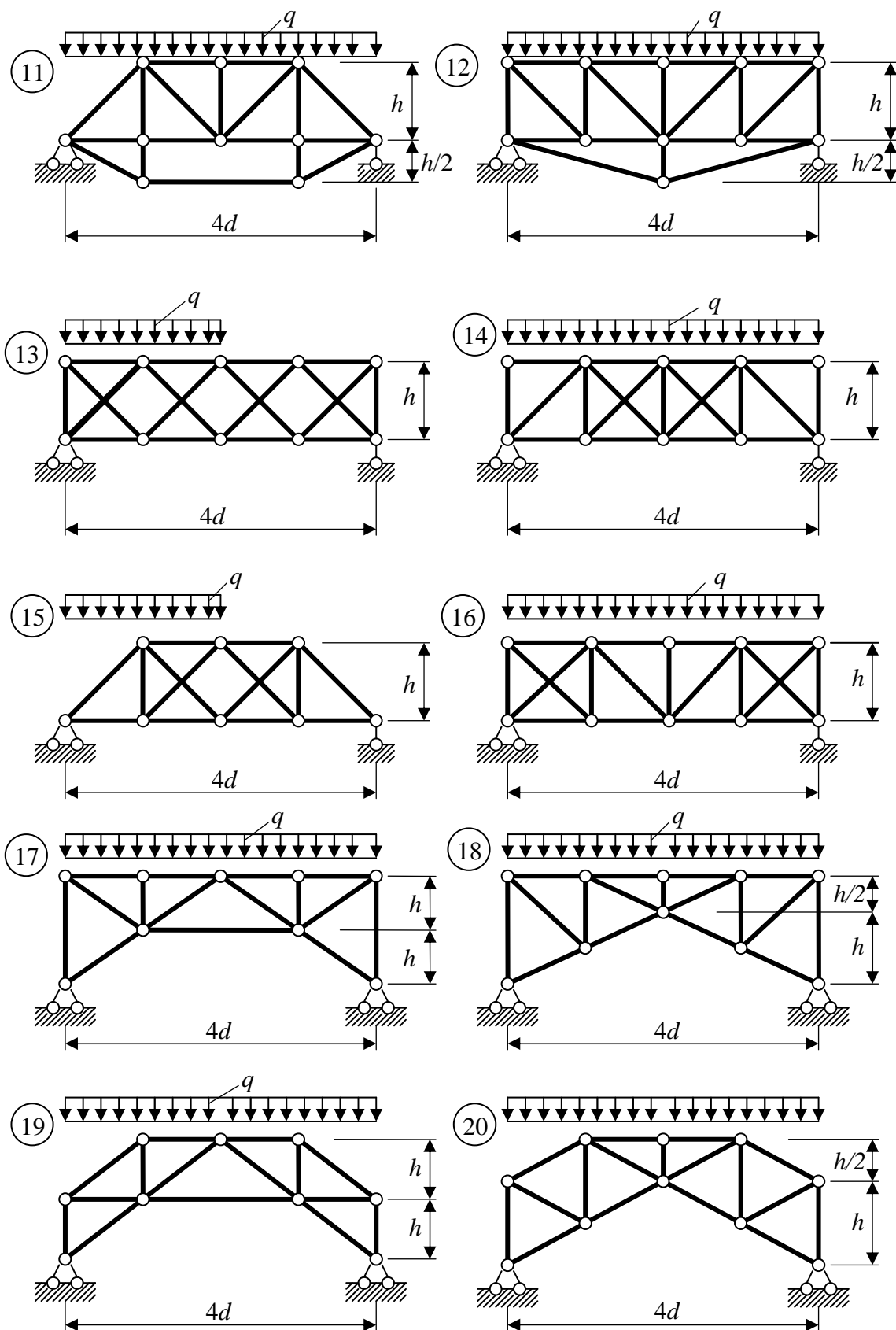


Рис. 17 (закінчення)

Для заданої статично невизначної ферми потрібно:

- знайти ступінь статичної невизначеності;
- обрати раціональну основну систему (для симетричних ферм з кількістю зайвих в'язей більше, ніж одна, застосувати групові невідомі);
- обчислити зусилля в основній системі від заданого навантаження, попередньо перетворивши рівномірно розподілене навантаження на вузлове;
- визначити зусилля в основній системі від дії одиничного невідомого $\overline{X}_1 = 1$;
- визначити одиничне δ_{11} й вантажне Δ_{1f} переміщення;
- визначити значення зайвого невідомого X_1 розв'язанням канонічного рівняння;
- знайти зусилля у стержнях заданої ферми;
- виконати кінематичну перевірку;
- виконати розрахунок заданої ферми на комп'ютері й порівняти з результатами ручного розрахунку.

Усі розрахунки треба оформити на аркуші формату А2. Креслення треба виконати в масштабі, усі записи повинні бути наведені чітко.

Список літератури

1. Строительная механика. Краткий курс. Раздел 2. Статически неопределимые стержневые системы / Шутенко Л.Н., Пустовойтов В.П., Засядько Н.А. – Харьков: ХГАГХ, 2003. – 85 с.
2. Строительная механіка: Учебник для вузов / Ю.И.Бутенко, Н.А.Засядько, С.Н.Кан и др.; под ред. Ю.И.Бутенко – К.: Вища школа, 1989. – 479 с.
3. Строительная механика: Руководство к практическим занятиям / Ю.И.Бутенко, Н.А.Засядько, С.Н.Кан и др.; под ред. Ю.И.Бутенко – К.: Вища школа, 1989. – 376 с.
4. Механіка споруд / Шутенко Л.М., Пустовойтов В.П., Засядько М.А., Харків, ХДАМГ, 2001. – 239 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять та виконання розрахунково-графічних і контрольних робіт з спецкурсу будівельної механіки розділу «Розрахунок статично невизначної ферми методом сил» (для студентів 3 курсу денної форми навчання за напрямом 0921 (6.060101)- «Будівництво» спеціальності «Промислове і цивільне будівництво»)

Укладачі: Микола Андрійович Засядько,

Олександр Олексійович Чупринін

Відповідальний за випуск: Л.С. Андрієвська

Редактор: М.З.Аляб'єв

План 2009, поз. 244 М

Підп. до друку 28.04.2009
Друк на ризографі
Тираж 100 прим.

Формат 60*84 1/16
Умовн.-друк. арк. 2,0
Замовл. №

Папір офісний
Обл.-вид. арк. 2,2

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12

61002, Харків, ХНАМГ, вул. Революції, 12
Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ